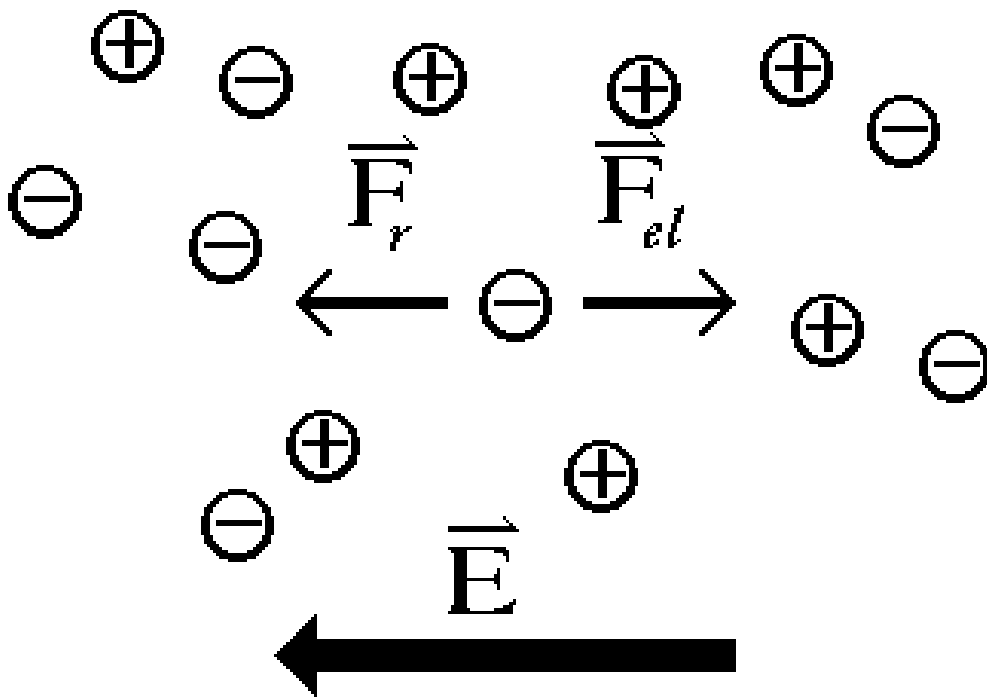


Runaway Elektronen

Marcus Beranek

Plasma mit E-Feld



Die Elektronen werden im E-Feld beschleunigt, solange sie nicht mit den Ionen stoßen (freie Weglänge). Die Reibungskraft (durch die Stöße) wirkt in die entgegengesetzte Richtung.

Im Gleichgewicht gilt :

$$\vec{F}_{el} = -\vec{F}_r$$

Falls die Energieaufnahme zwischen zwei Stößen größer ist als die Energieabgabe bei einem Stoß: kein Gleichgewicht

⇒ Elektronen werden immer stärker beschleunigt

⇒ „Runaway-Effekt“

Widerstand im Plasma

Aus der Boltzmann-Gleichung:

$$-\frac{e}{m_e} \vec{E} \frac{\partial f_e}{\partial \vec{v}} = \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{St}$$

Mit einer Maxwell-Verteilung

$$f_e(\vec{v}) = n_e \sqrt{\left(\frac{\alpha_e}{\pi} \right)^3} \cdot \exp \left[-\alpha_e (\vec{v} - \vec{V}_e)^2 \right]$$

und dem Ansatz (Ohm'sches Gesetz)

$$\vec{E} = \eta \vec{j} \quad \text{bzw.} \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}$$

ergibt sich für den spezifischen Widerstand:

$$\eta = \frac{4\sqrt{2\pi}e^2 Z \sqrt{m_e}}{3(kT_e)^{3/2}} \left(1 + \frac{m_e}{m_i} \right) \sqrt{\left(\frac{\alpha_i}{\alpha_e + \alpha_i} \right)^3} \quad (\text{Spitzer})$$

Beachte: Widerstand ist abhängig von T:

$$\eta \sim T^{-\frac{3}{2}}$$

Jetzt: keine Linearisierung ($\vec{E} = \eta \vec{j}$), sondern:

$$\frac{\partial \vec{j}_{\parallel}}{\partial t} = \sqrt{\frac{m_e}{T_e}} \frac{e}{m_e} \cdot \vec{E}_{\parallel} + Q(\vec{j}_{\parallel})$$

j_{\parallel} : Stromfluß parallel zu E

Q : Reibungsterm, abhängig von j , nicht linear.

Dreicer, 1959:

$$Q_{\parallel} = -\frac{4\pi Z e^2 n_i \ln \Lambda}{\sqrt{m_e T_e^3}} G\left(\frac{j_{\parallel}}{\sqrt{2}}\right) \frac{j_{\parallel}}{j}$$

mit

$$G(x) = \frac{1}{2x^2} [\Phi(x) - x\Phi'(x)]$$

und

$$\Phi(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

$G(x)$: Chandrasekhar-Funktion

$\Phi(x)$: Fehlerfunktion, Errorfunction

Ergebnis: Ab einem Schwellwert fällt Q mit zunehmendem j ab.

Definiere kritisches Feld:

$$E_c = \frac{4\pi Z e^3 n_i \ln \Lambda}{k T_e}$$

Damit lautet die Differentialgleichung nun:

$$\frac{\partial j}{\partial t} = \sqrt{\frac{m_e}{T_e}} \frac{e}{m_e} \cdot \left[E - E_c \cdot G\left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) \right]$$

für $E \ll E_c$:

$$\tau_e \cdot \frac{\partial j}{\partial t} = g - j$$

$$\text{mit } g = \tau_e \cdot \sqrt{\frac{m}{T}} \cdot \frac{e}{m} E$$

$$\implies j(t) = j(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^t e^{-\frac{t-\vartheta}{\tau}} g(\vartheta) d\vartheta$$

für $E \gg E_c$:

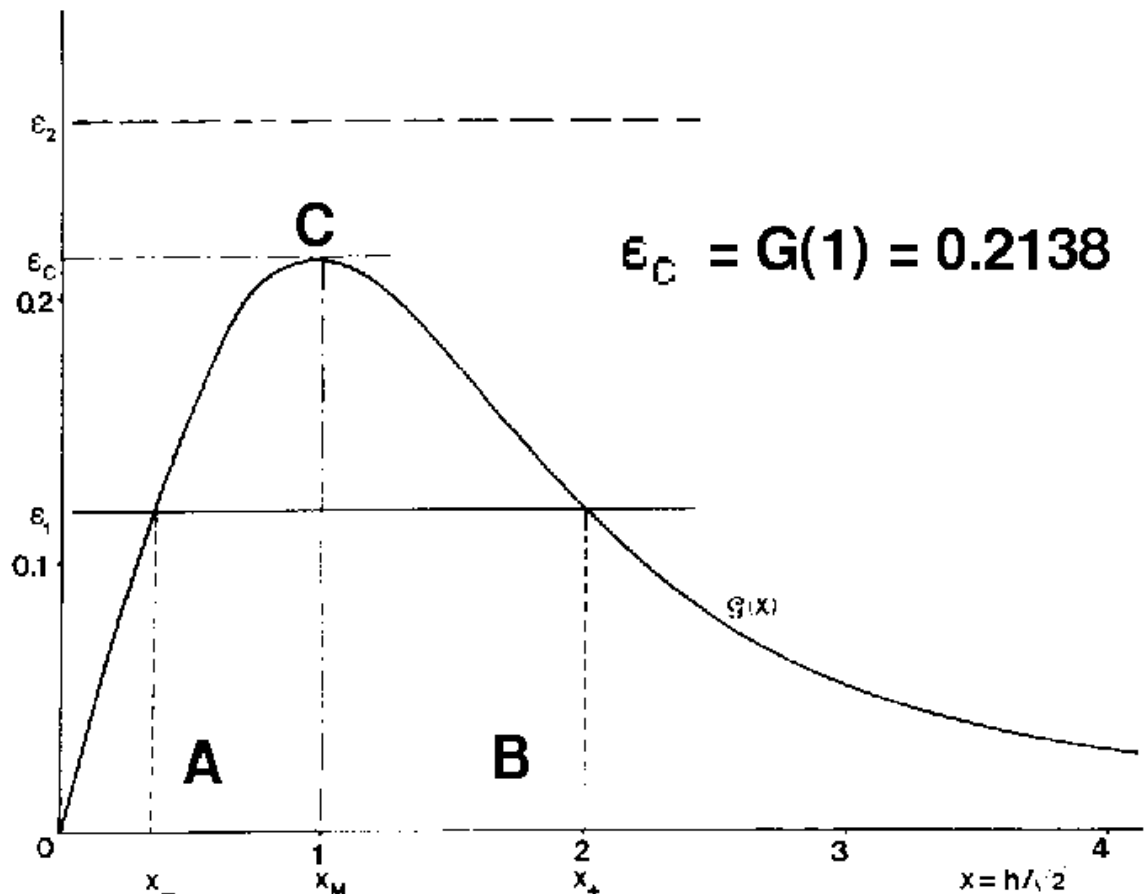
$$\implies \frac{dj}{d\tau} = \varepsilon - G\left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right)$$

bzw.:

$$\varepsilon - G\left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) = 0 \quad \text{mit } \varepsilon = \frac{E}{E_c}$$

keine analytische Lösung

Chandrasekhar-Funktion:



A: Lineare Transport-Theorie

B: Lösung unphysikalisch: unendlicher Strom ohne E-Feld

C: Bifurkationspunkt

Für $\epsilon < \epsilon_C$: stationäre Lösung

Für $\epsilon > \epsilon_C$: keine stationäre Lösung

Oberhalb von ϵ_C wird das Verhalten des Plasmas nicht mehr durch die lineare Näherung beschrieben.

Stationäre Lösung:

$$\varepsilon \leq G(1) = \varepsilon_c \approx 0.2$$

$$\implies E \leq 0.2 \cdot E_c$$

$$E_c = \frac{m_e v_e v_{ei}}{e} \approx 2 \cdot 10^{-12} \frac{n_e}{T_e} \quad \left[\frac{\text{V}}{\text{cm}} \right] \quad T_e \text{ in [eV]}$$

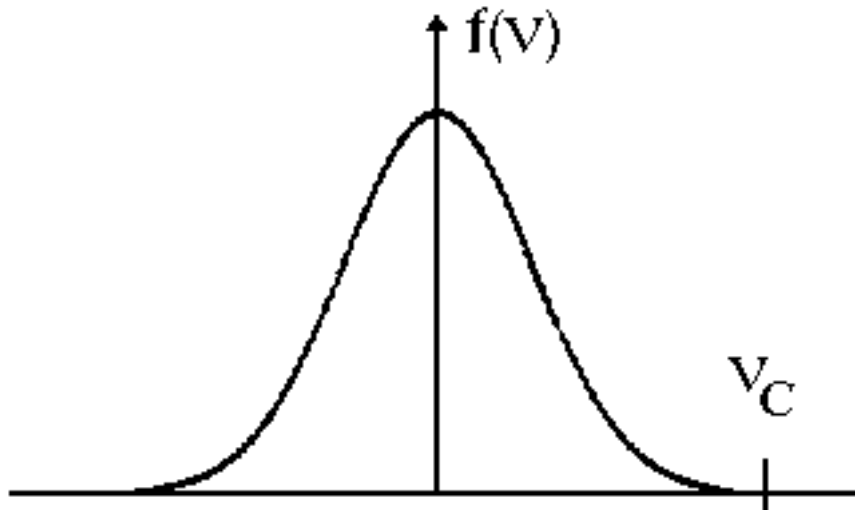
Übersicht einiger typischen Werte:

Plasmatyp:	E_c in Vcm^{-1}	T in eV	n_e in m^{-3}
Sonnenkorona	$\sim 10^{-8}$	$\sim 10^2$	$\sim 10^{12}$
Sonnenzentrum	$\sim 10^8$	$\sim 10^4$	$\sim 10^{30}$
Fusionsplasma	~ 1	$\sim 10^4$	$\sim 10^{22}$
Kerzenflamme	$\sim 10^{-7}$	$\sim 10^{-1}$	$\sim 10^{12}$
Luft	$\sim 10^6$	$\sim 10^{-2}$	$\sim 10^{23}$
Elektronengas im Kupferblock	$\sim 10^{13}$	$\sim 10^{-2}$	$\sim 10^{30}$

Die Runaway-Population ist geringer, je größer die Temperatur und je geringer die Dichte ist.

Bemerkung:

Man gibt zwar E_c an, es ist aber kein „echter“ Schwellwert für das Runaway-Phänomen: Es existiert immer eine Runaway-Population, die mit E anwächst, da $f(v) > 0$ ist.



$$v_c^2 = \frac{3 n_e e^3 \ln \Lambda}{2\pi \varepsilon_0^2 m_e E}$$

bzw.:

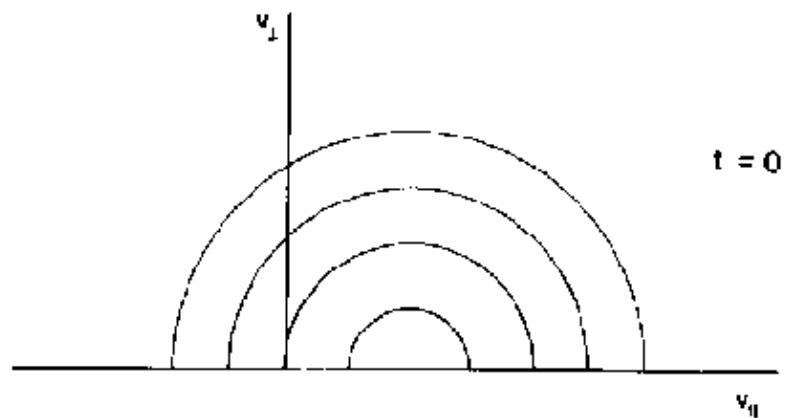
$$v_c^2 = 5 \cdot 10^{-4} \frac{n_e}{E} \quad \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$$

Einige Werte für v_c :

Plasmatyp	n_e in m^{-3}	E_c in Vcm^{-1}	v_c
Sonnenkorona	$\sim 10^{12}$	$\sim 10^{-8}$	$\sim 0.07 \cdot c$
Sonnenzentrum	$\sim 10^{30}$	$\sim 10^8$	$\sim 0.7 \cdot c$

Ausgangspunkt war Maxwell-Verteilung:

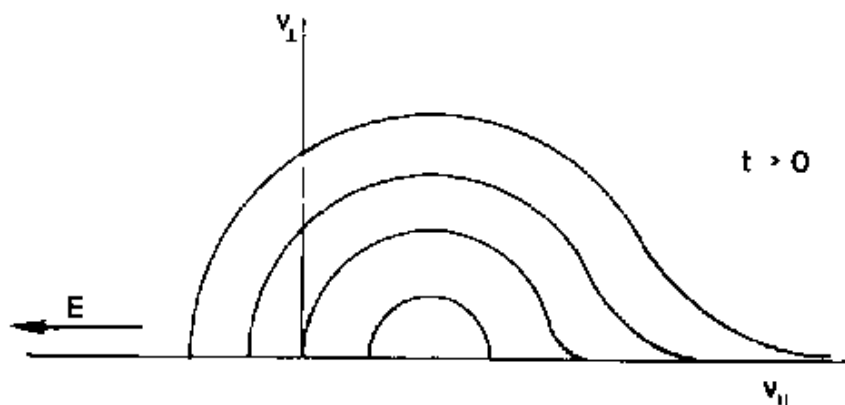
Isotropie



Die Maxwell-Verteilung beinhaltet von vornherein schon eine gewisse Runaway-Population.

Auswirkung:

Anisotropie in der Verteilung



Verzerrung der ursprünglichen Verteilung.

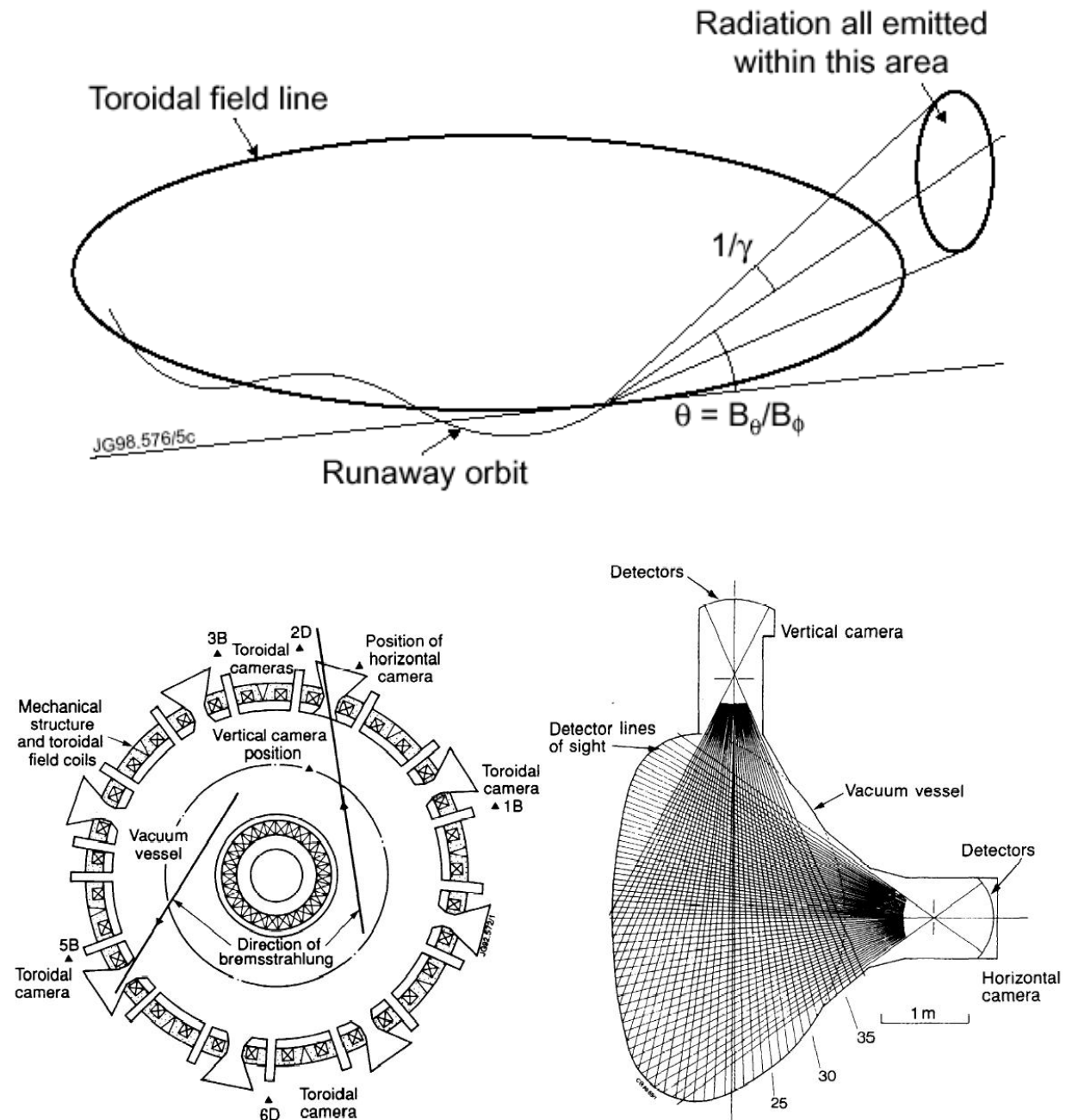
⇒ Instabilitäten

Messung von Runaway-Elektronen:

1. Bremsstrahlung

Ständige Beschleunigung entlang der Flugbahn

Relativistische Effekte: Vorwärtsstreuung



Problem: Wechselwirkung zwischen Elektronen und restlichem Plasma sehr schwach.

⇒ Es wird nur eine geringe Intensität gemessen.

Beispiel: JET

Erzeugung und Messung von Runaway-Elektronen

Ein Plasma mit folgenden Parametern wird erzeugt:

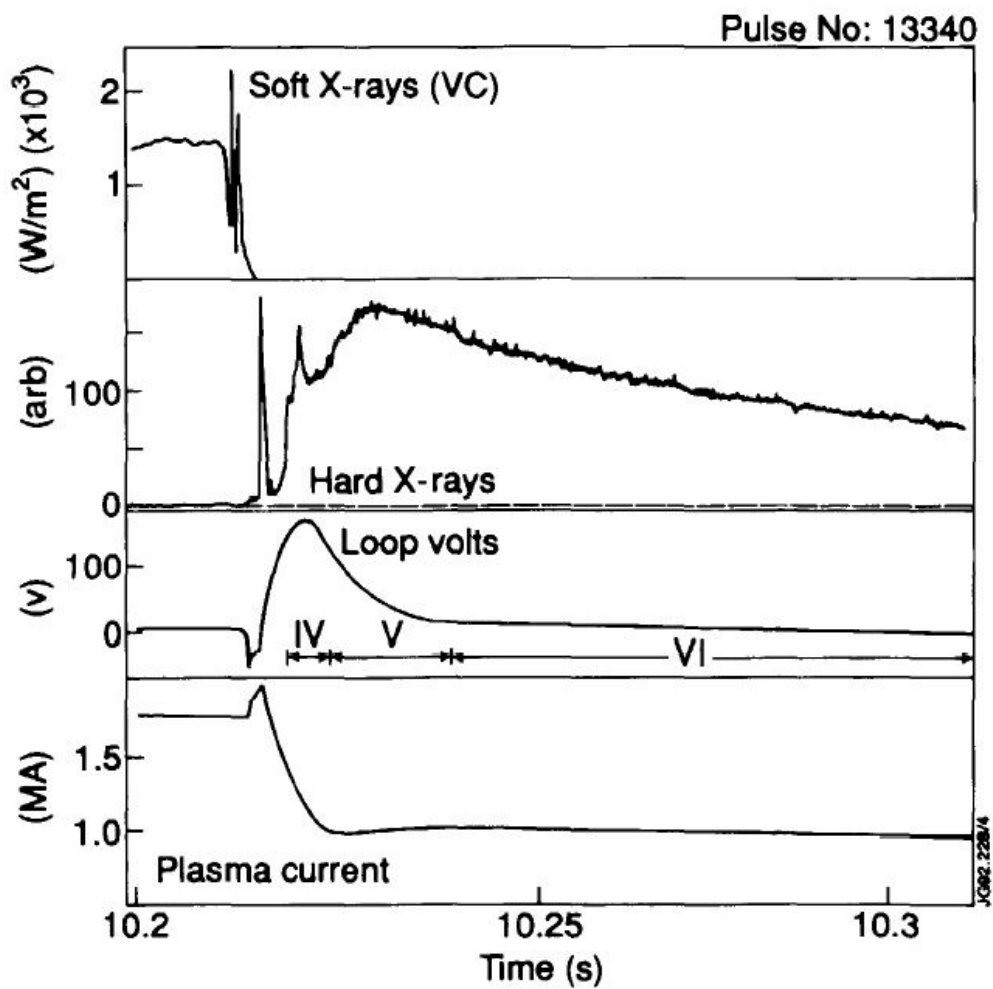
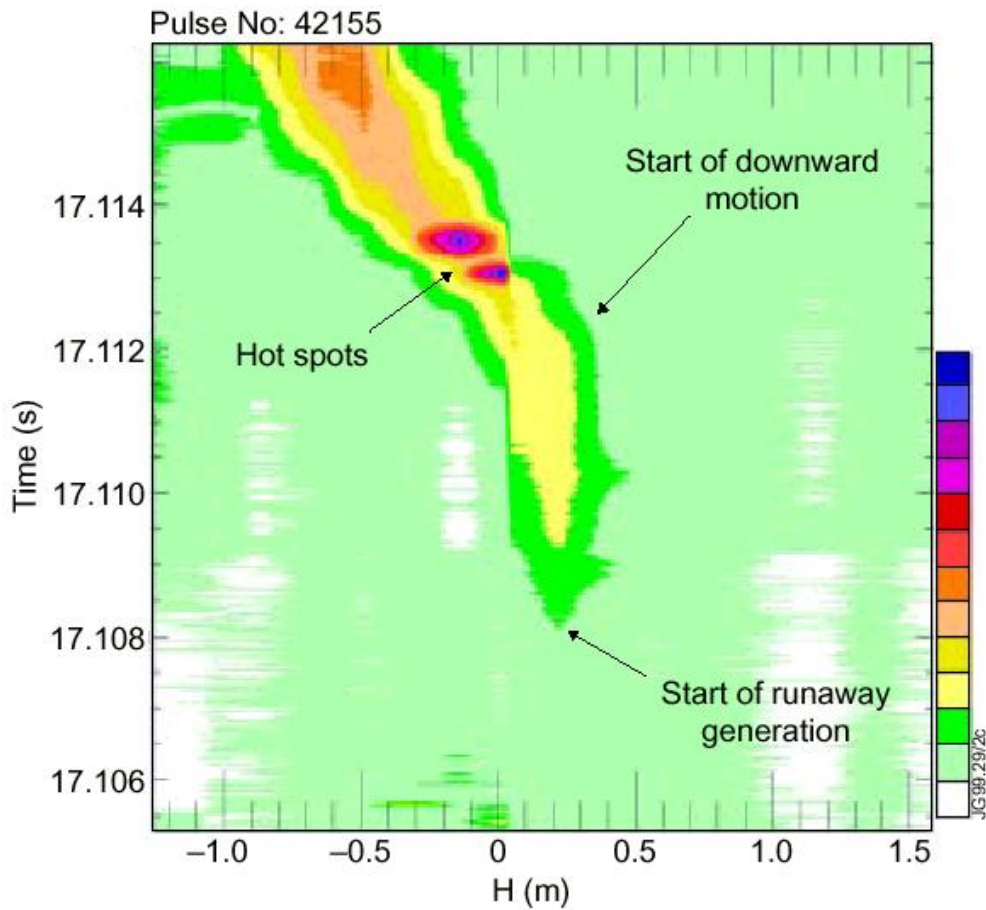
$$\begin{aligned}n_e &\sim 10^{19} \text{ m}^{-3} \\T_e &\sim 10^2 \text{ eV} \\ \frac{n_{fremd}}{n_e} &\sim 10^{-5} \\E_c &\sim 45 \frac{\text{V}}{\text{m}}\end{aligned}$$

Abbruchinstabilität (Disruption) wird erzeugt.

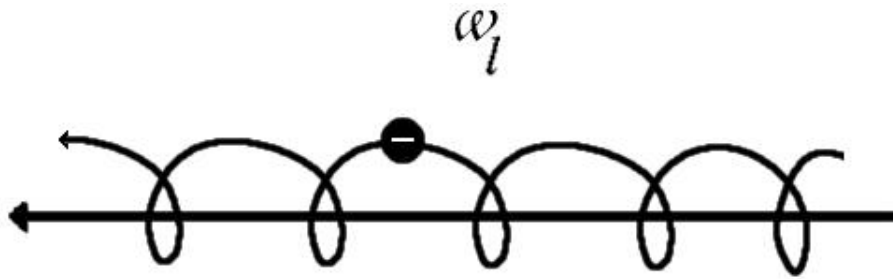
Beobachtung: Es entsteht ein „Runaway-Beam“ mit einem Durchmesser von ca. 30 cm. Nach einigen ms ist dieser auf 80 cm verbreitert und trifft auf die Gefäßwand.

Gemessen werden die Abstrahlung im weichen Röntgenbereich, die Strahlung im harten Röntgenbereich beim Auftreffen der Elektronen auf die Wand, sowie Plasma-Strom und -Spannung.

Abstrahlung im weichen Röntgenbereich



2. Mikrowellen: Gyration um die Feldlinie

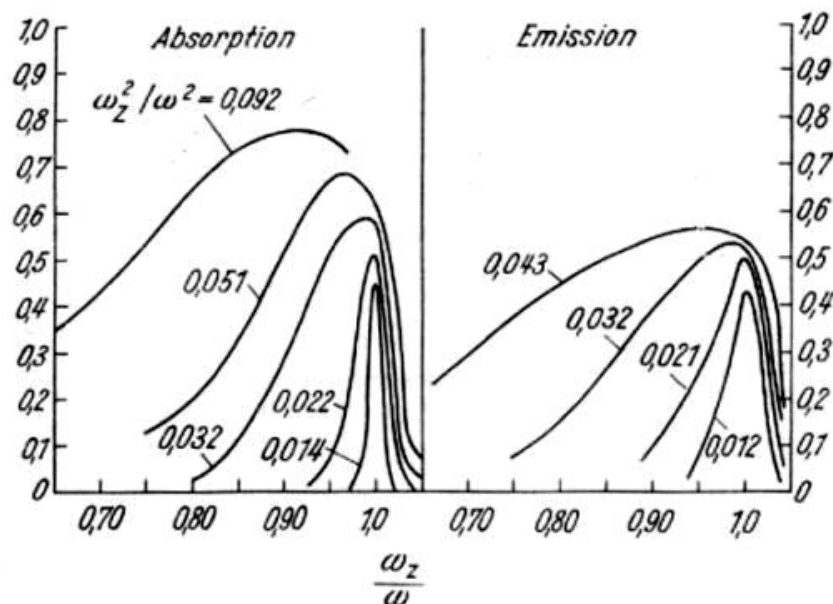
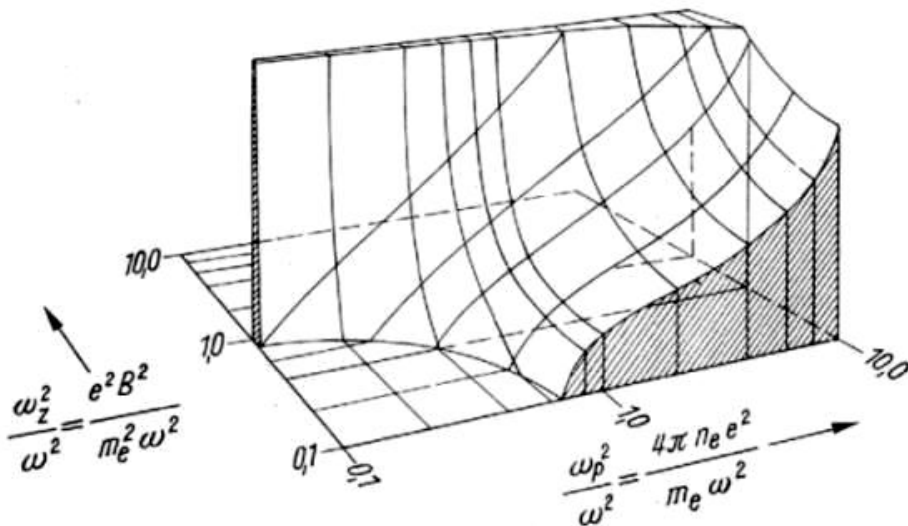


Larmorfrequenz:

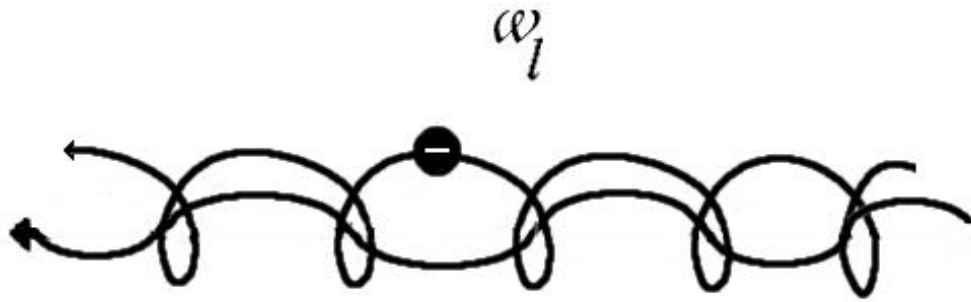
$$\omega_l = \frac{e \cdot B}{m}$$

z.B. $B = 1 \text{ T} \Rightarrow \omega = 175 \text{ GHz}$

Wellenlänge liegt im Mikrowellenbereich



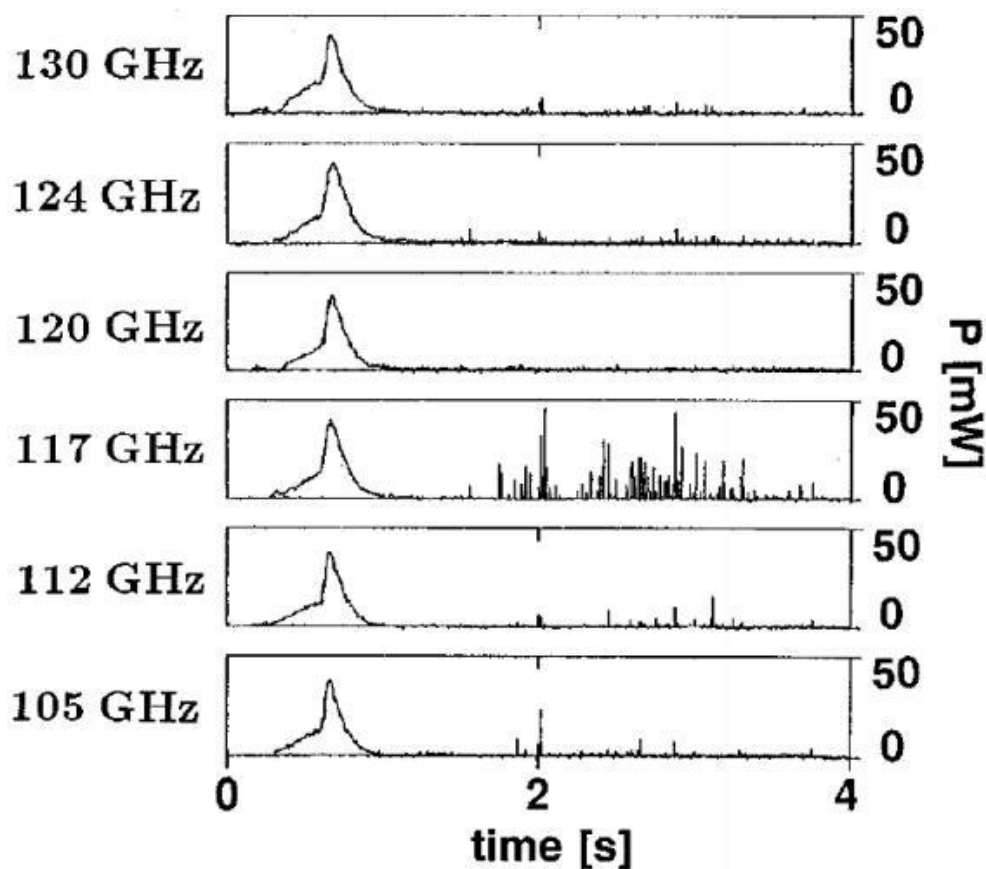
Inhomogenität des Magnetfeldes: „Ripple“-Resonanz



Dadurch können der „Pitch-Angle“ vergrößert und die Runaway-Elektronen in einem solchen Ripple-Resonanz „gefangen“ werden.

Vorraussetzung: $\omega_l = n \cdot \omega_r$ $n = 1, 2, 3 \dots$

Mikrowellen werden emittiert und können durch die Runaway-Elektronen verstärkt werden (FEM, CARM).



Durch diese Resonanz strahlen die Elektronen Energie ab. Damit gibt es weitere Möglichkeiten, Runaway-Elektronen zu bremsen, bzw. den Strahl zu stabilisieren.

Zusammenfassung

- E-Feld im Plasma: Gleichgewicht: Reibungskraft kompensiert elektrische Kraft
- Reibung abhängig von v
für $v \ll v_c \Rightarrow \eta \sim T^{-\frac{3}{2}}$
für $v \gg v_c \Rightarrow Q \rightarrow 0$
- Elektrische Kraft überwiegt Reibungskraft
→ Runaway-Effekt
- gestörte Maxwellverteilung, Anisotropie
- relativistische Geschwindigkeiten
- Hohe Energien, starke Wandbelastung beim Auftreffen

Wo kommen Runaway-Phänomene noch vor?

- Interstellare Plasmen
geringe Temperatur, geringe Dichte
- Elektronik
elektrische Felder, starke Temperaturschwankungen
- Sonne
„Solar-Flares“
- Blitze
starke elektrische Felder

Literatur:

R. Balescu: „*Transport Processes in Plasmas Vol.2*“, North Holland

John Wesson: „*Tokamaks*“, Oxford Science Publications

R. D. Gill: „Direct Observations of Runaway Electrons during Disruptions in the JET Tokamak“, JET-P(99)13

R. D. Gill: „Generation and Loss of Runaway Electrons following Disruptions in JET“, JET-P(93)28

Kurzan, Steuer: „*Runaway electrons in a tokamak: A free-electron maser*“, Physical Review E Vol. 55 Nr. 4

Artsimowitsch, Sagdejew: „*Plasmaphysik für Physiker*“, Teubner

Francis F. Chen: „*Plasma Physics and controlled Fusion*“, Plenum Press

Ferdinand Cap: „*Lehrbuch der Plasmaphysik und Magnetohydrodynamik*“, Springer

Hazeltine, Meiss: „*Plasma Confinement*“, Addison Wesley

G. Hertz, R. Rompe: „*Einführung in die Plasmaphysik und ihre technische Anwendung*“, Akademie-Verlag Berlin

Bergmann, Schäfer: „*Experimentalphysik Band 5: Vielteilchensysteme*“, de Gruyter